

MATEMÁTICAS II

EXAMEN OFICIAL REALIZADO EN ESPAÑA EN LA CONVOCATORIA
 ORDINARIA PCE UNEDASISS 2024

PARTE TEST

Deben responderse 10 preguntas del total de tipo test. Cada respuesta correcta suma 0.5 puntos. Las respuesta incorrectas penalizan 0.1 puntos. No responder no suma ni resta puntuación.

1. Todo sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

- a) Puede tener exactamente dos soluciones
- b) Si tiene un número par (mayor que 0) de soluciones, tiene infinitas
- c) Ninguna de las anteriores

2. Si A, B son matrices reales tales que es posible formar el producto AB y, además, $\text{rango}(A) = 2$ y $\text{rango}(B) = 3$, entonces $\text{rango}(AB)$ es:

- a) 6
- b) 3
- c) Ninguna de las anteriores

3. Todo sistema de ecuaciones lineales que tiene más ecuaciones que incógnitas:

- a) Es incompatible
- b) Es compatible indeterminado
- c) Ninguna de las anteriores

4. Si A es una matriz real $m \times n$ (con m distinto de n) y B es otra matriz tal que existen los productos AB y BA:

- a) Entonces B es una matriz $n \times n$
- b) Entonces B es una matriz $n \times m$
- c) Ninguna de las anteriores

5. En el espacio vectorial \mathbb{R}^3

- a) Puede haber un sistema generador con cuatro vectores
- b) Los elementos de todo sistema generador forman una base
- c) Ninguna de las anteriores

6. Dados los puntos del espacio A (1,7,11) y B (4,-2,17), otro punto alineado con ellos P (a,b,c) y tal que está a la mitad de distancia de A que de B, cumple:

- a) $a + b + c = 19$
- b) $a \cdot b \cdot c < 0$
- c) Ninguna de las anteriores

7. El valor de $k \in \mathbb{R}$ para el cual los vectores $u = (k,1)$ y $v = (6,3)$ son linealmente dependientes es:

- a) Puede ser negativo
- b) Es impar
- c) Ninguna de las anteriores

8. La integral definida

$$I = \int_{-5}^5 \frac{x^{2023}}{x^{2024} + 2} dx$$

- a) Cumple que $I > 1$
- b) Cumple que $I < 1$
- c) Ninguna de las anteriores

9. La integral

$$\int_0^{\pi} (x + \operatorname{sen}x) dx$$

- a) Es menor o igual a cero
- b) Es mayor que $\frac{\pi^2}{2}$
- c) Ninguna de las anteriores

10. La función $f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 7$

- a) Es decreciente en el intervalo (0,2)
- b) Es creciente en el intervalo (1,2)
- c) Ninguna de las anteriores

11. El límite

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49}$$

- a) No existe
- b) Es igual a 0
- c) Ninguna de las anteriores

12. Sean A,B dos sucesos tales que la probabilidad de que ocurran simultáneamente es $P = 1/4$. Entonces, la probabilidad de que al menos uno de los dos no ocurra es:

- a) Es menor que 0.4
- b) Es mayor que 0.6
- c) Ninguna de las anteriores

13. Se lanzan simultáneamente 4 monedas. La probabilidad de obtener, al menos, una cara:

- a) Es mayor a 0.8
- b) Es menor que 0.3
- c) Ninguna de las anteriores

14. Sean A,B,C sucesos arbitrarios de un experimento aleatorio. El suceso "ocurren exactamente dos sucesos de entre los A,B,C" se expresa:

- a) $(A \cup B) \cap (A \cup C) \cap (B \cup C)$
- b) $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$, donde la barra denota el suceso complementario
- c) Ninguna de las anteriores

15. Sean A,B dos sucesos tales que $p(A) = 2/5$, $p(B) = 1/3$ y $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{3}$, donde la barra denota el suceso complementario. Entonces:

- a) $0,6 \leq p(A \cup B) \leq 0,7$
- b) $0,1 \leq p(A \cap B) \leq 0,2$
- c) Ninguna de las anteriores

PARTE DESARROLLO

Escoger una opción (5 puntos).

OPCIÓN 1

1. Estudiar la existencia de inversa, según los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$, para la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix}$$

En el caso $a = 1/2$. Calcular la traza (suma de los elementos de la diagonal) de A^{-1}

2. Calcular las dimensiones del rectángulo de mayor área que puede inscribirse con su base en el eje horizontal y limitado por las curvas $y^2 = 8x$, $x = 4$. ¿Cuál es el área?

OPCIÓN 2

3. Dados los planos $\pi_1 = 2x - y + z = 3$; $\pi_2 = x - y + z = 2$, $\pi_3 = 3x - y - az = b$, determinar los valores $a, b \in \mathbb{R}$ para que definan una única recta y obtener un vector director de la misma.

4. Se reparten 5 papeletas de una tira numerada del 1 al 40. Calcular la probabilidad de que exactamente tres de las papeletas estén numeradas con múltiplos de 10 (no es necesario dar el resultado con decimales basta con fracciones).