

MATEMÁTICAS II

EXAMEN OFICIAL REALIZADO EN ESPAÑA EN LA CONVOCATORIA PCE UNEDASISS 2023

Parte 1 – Bloque test. Bloque de 10 preguntas. Debe elegir 10 de las 15 preguntas. Cada acierto suma 0,5 puntos. Cada error resta 0,1 puntos. Solo hay que una respuesta correcta por cada cuestión

1. En el espacio tridimensional se consideran el plano $\pi: 3x - 2y - z = 2$ y la recta

$$r: \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 1 \\ x + 3y - 3z = 3 \end{cases}$$

Entonces

- a) El plano y la recta se cortan perpendicularmente
- b) La recta está contenida en el plano
- c) Ninguna de las otras dos

2. Toda A matriz real cuadrada tal que $A^2 = A$, cumple que:

- a) $\det(A) > 0$
- b) Si A es regular, $A = I$ (la matriz identidad)
- c) Ninguna de las anteriores

3. La distancia del punto $(2,1,3)$ a la recta $x = 2y = 3z$ es:

- a) Mayor que 1
- b) Menor que 1
- c) Ninguna de las otras dos

4. Se tienen dos sucesos A y B con probabilidades respectivas $p(A) = 0,6$ y $p(B) = 0,7$. Entonces:

- a) Los sucesos A y B son tal que $A \cup B$ es necesariamente el espacio total
- b) Los sucesos A y B pueden ser disjuntos
- c) Ninguna de las otras dos

5. El límite $L = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \cdot \ln x$ con $n > 0$:

- a) Tiene un valor $L < 0$, independiente de n
- b) No existe
- c) Ninguna de las otras dos

6. Para toda $f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$ función continua en $[a,b]$ y tal que $f(a) f(b) > 0$, se cumple que:

- a) Existe algún $c \in (a,b)$ tal que $f(c) = 0$
- b) No necesariamente existe algún $c \in (a,b)$ tal que $f(c) = 0$
- c) Ninguna de las otras dos.

7. Un dado no trucado se lanza dos veces. ¿Cuál es la probabilidad p de sacar un 2 en la primera tirada y no sacar el 4 en la segunda?

- a) $0,1 < p < 0,15$
- b) $0,15 < p < 0,2$
- c) Ninguna de las otras dos.

8. Sea A la matriz real (con a,b,c arbitrarios)

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$$

Entonces, se cumple:

- a) Si $b = c$, entonces $\text{rango}(A) = 1$
- b) Si $b = 0$, entonces $\text{rango}(A) = 2$
- c) Ninguna de las anteriores

9. La función

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- a) Es creciente en todo su dominio
- b) Es decreciente en $(-\infty, 0)$
- c) Ninguna de las otras dos

10. Toda matriz real A cuadrada invertible cumple que:

- a) $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$, donde A^t es la traspuesta
- b) $\det(A^{-1}) = -\det(A)$
- c) Ninguna de las anteriores

11. Sean las rectas $r: (0, -1, 1) + a(1, 3, -4)$ y $s: (1, 0, 0) + b(1, 0, 1)$ en el espacio:

- a) Son secantes
- b) La distancia entre ellas es $\sqrt{43} / 43$
- c) Ninguna de las otras dos

12. Se tiene un bote con caramelos de colores: rojo, amarillo, verde, azul y naranja. Se sabe que la probabilidad de sacar al azar un caramelo rojo es de 0,2, la de sacar uno amarillo es 0,15, uno verde 0,1 y uno azul 0,3. Si se sacan 60 caramelos de la bolsa, ¿cuántos esperaríamos que haya de color naranja (denotamos ese número por N)?

- a) $8 \leq N \leq 14$
- b) $13 \leq N \leq 18$
- c) Ninguna de las otras dos

13. Si la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & \lambda \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

Es ortogonal, entonces:

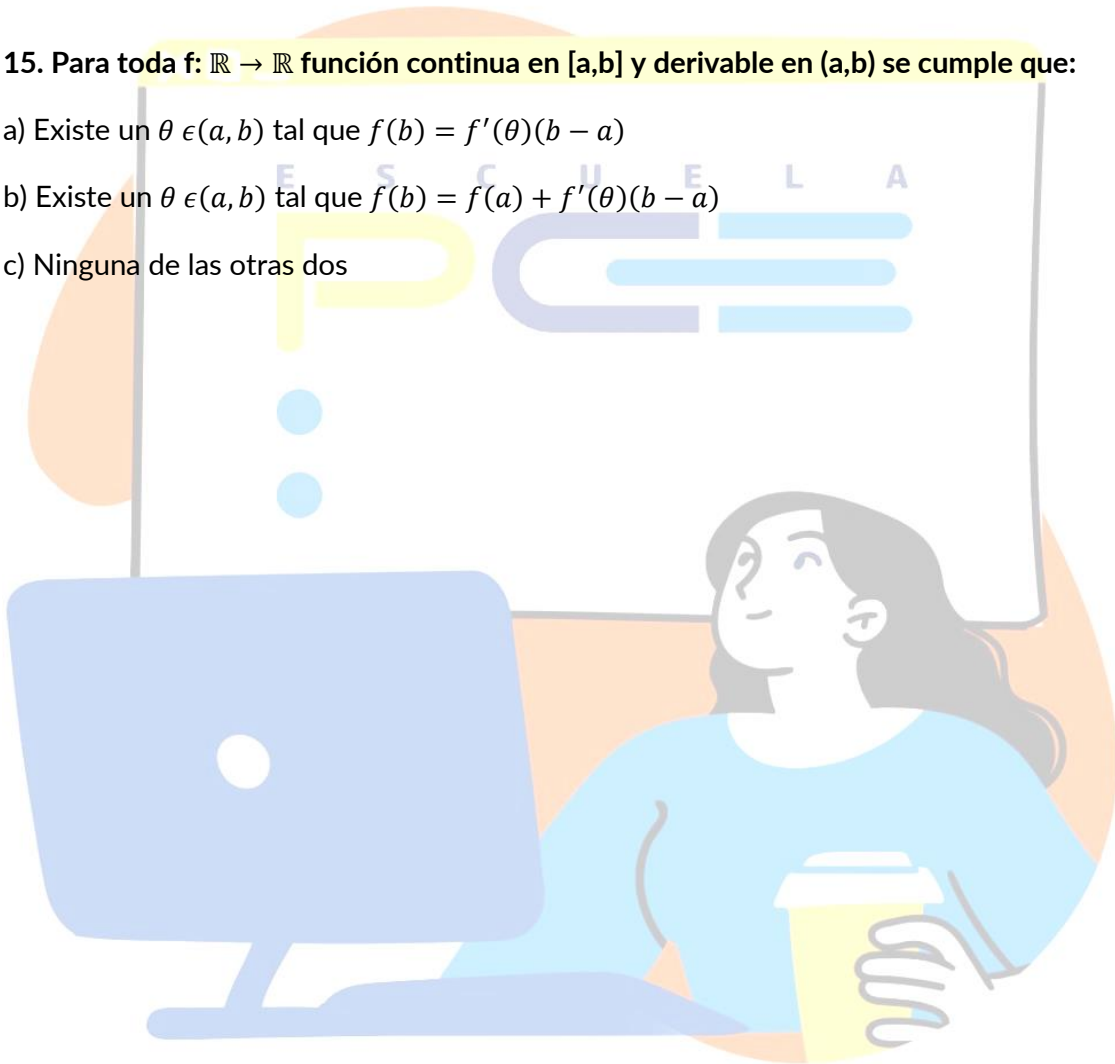
- a) $\lambda > 0$
- b) $\lambda < 0$
- c) Ninguna de las anteriores

14. Se pregunta a 50 consumidores si les gustan dos productos A y B. Hay 37 personas a las que les gusta el producto A y, de ellas, hay 25 a las que también les gusta el producto B. Hay 3 personas a las que no les gusta ninguna de los dos. Se elige al azar una de las personas entre las que sí les gusta B. ¿Cuál es la probabilidad p de que no le gusta A?

- a) $0,25 < p < 0,3$
- b) $0,2 < p < 0,25$
- c) Ninguna de las otras dos.

15. Para toda $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ función continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b) se cumple que:

- a) Existe un $\theta \in (a,b)$ tal que $f(b) = f'(a)(b - a)$
- b) Existe un $\theta \in (a,b)$ tal que $f(b) = f(a) + f'(\theta)(b - a)$
- c) Ninguna de las otras dos



Elija una sola opción y conteste a los problemas en hojas separadas

Opción 1

1.

a) Estudiar la posición relativa en el espacio de los planos π_1 y π_2 , con ecuaciones respectivas:

$$\begin{aligned}\pi_1: x + 2y - z &= 3 \\ \pi_2: ax + (a - 2)y + 2z &= 4\end{aligned}$$

En función del parámetro real $a \in \mathbb{R}$

b) Determinar, en el caso en que los planos se intersecten a lo largo de una recta, un vector director de la misma.

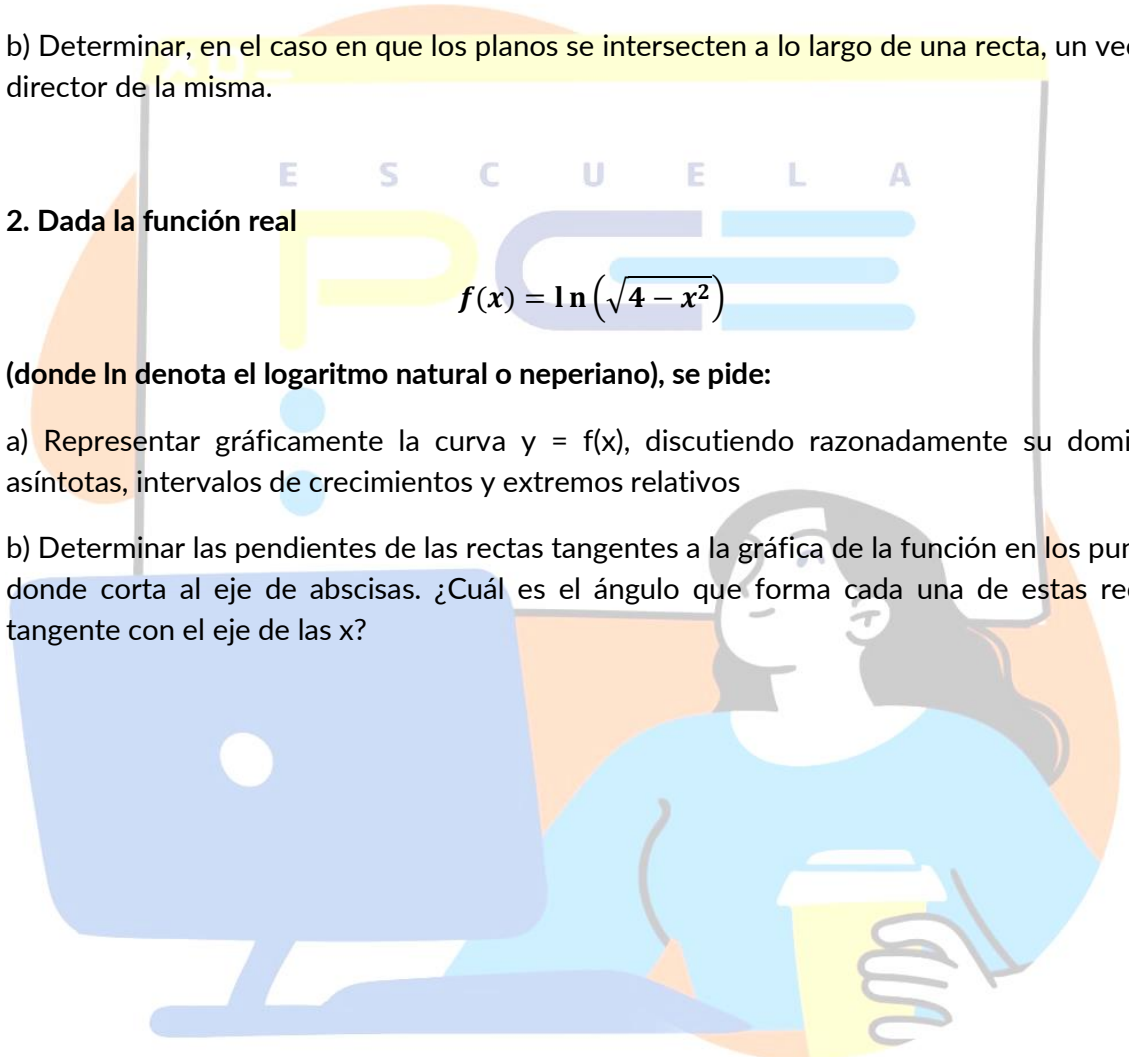
2. Dada la función real

$$f(x) = \ln(\sqrt{4 - x^2})$$

(donde \ln denota el logaritmo natural o neperiano), se pide:

a) Representar gráficamente la curva $y = f(x)$, discutiendo razonadamente su dominio, asíntotas, intervalos de crecimientos y extremos relativos

b) Determinar las pendientes de las rectas tangentes a la gráfica de la función en los puntos donde corta al eje de abscisas. ¿Cuál es el ángulo que forma cada una de estas rectas tangente con el eje de las x ?



Opción 2

1. Calculas las integrales indefinidas siguientes:

$$a) \int \frac{\ln x}{(x + 1)^2} dx$$

$$b) \int \frac{x e^x}{(1 + x)^2} dx$$

2. Se ha realizado un estudio de valoración de un determinado candidato político, tomando una muestra de 80 hombres y 120 mujeres, con los siguientes resultados (dados en función de un parámetro real $\delta \in \mathbb{R}$)

	Hombres	Mujeres	Total
Valoraciones positivas	$50 - \delta$	$40 + \delta$	90
Valoraciones negativas	$30 + \delta$	$80 - \delta$	110
Total	80	120	200

Si se elige una persona al azar de entre la muestra, calcular las probabilidades de los siguientes sucesos:

- a) Sabiendo que es hombre, que tenga una valoración positiva del candidato.
- b) Que sea hombre y favorable al candidato
- c) Que sea mujer o que esté a favor del candidato
- d) ¿Qué valor debe tener el parámetro δ para que los sucesos “ser mujeres” y “no estar a favor del candidato” sean independientes?

