MATEMÁTICAS CCSS

EXAMEN OFICIAL REALIZADO EN ESPAÑA EN LA CONVOCATORIA PCE UNEDASISS 2023

Debe responder a 8 de las 12 cuestiones. Cada pregunta acertada suma 0,5 puntos, cada fallo resta 0,25 puntos. No contestar ni suma ni resta.

1. Una matriz A es escalar si se cumple que:

a) Los elementos no pertenecientes a la diagonal principal son todos iguales a 1

b) Es diagonal y los elementos de la diagonal son todos distintos

c) Ninguna de las otras

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. El resultado de hacer $(3A + 3B)^t$ es:

a) $\begin{pmatrix} 6 & -9 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 6 & -12 \\ -9 & 18 \end{pmatrix}$

c) Ninguna de las otras

3. Dada la siguiente inecuaciones $3x - 7 + 4x \geq 4x - 6 + 2x$. Los puntos x = -1 y x = 0 son:

a) Ambos valores son solución de la inecuación

b) Ninguno de los valores es solución de la inecuación

c) El valor x = -1 no es solución y el valor x = 0 es solución de la inecuación.

4. Dada la inecuación $-6x + 8y - 6 \geq 2$. Un punto solución es:

a) (1,1)

b) (0,1)

c) Ninguno de los anteriores

5. La función $f(x) = \frac{7}{x-7}$ presenta una discontinuidad en el punto x = 7

a) Inevitable de salto infinito

b) Discontinuidad evitable

c) Ninguna de las otras

6. Dada la función $f(x) = \frac{-3x}{\sqrt{x^3+27}}$ el dominio de la función es:

a) $(-3, \infty)$

b) $(3, \infty)$

c) Ninguna de las otras

7. La función $f(x) = \frac{8x^2}{x-2}$ tiene un mínimo en el punto:

a) x = 4

b) x = 0

c) Ninguna de las otras

8. Hallar $\int \left(-3x^{\frac{4}{5}} + 2\sqrt[5]{x^4}\right) dx$

a) $-5x^{\frac{9}{5}} + C$

b) $5x^{\frac{9}{5}} + C$

c) Ninguna de las otras

9. De un experimento se sabe que p(A) = 0,25 , p(B) = 0,6 y p(A|B) = 0,15. La probabilidad de A∩B es de:

a) 0,09

b) 0,45

c) 0,76

10. Si la variable aleatoria X sigue una distribución, N (4;9), siempre se puede afirmar que:

a) $Z = \frac{X-4}{9}$ $sigue\ una\ distribución\ N(0,1)$

b) $Z = \frac{X+4}{9}$ $sigue\ una\ distribución\ N(0,1)$

c) $Z = \frac{X-9}{4}$ $sigue\ una\ distribución\ N(0,1)$

11. Si el error máximo admisible, E, para una muestra de tamaño n viene dado por

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

a) Cuanto mayor es $(1-\alpha)$ mayor es el error E

b) Cuanto menor es $(1-\alpha)$ mayor es el error E

c) Cuanto mayor es $(1-\alpha)$ menor es el error E

12. El intervalo de confianza para el parámetro μ de una población $N(\mu, \sigma)$ al nivel de confianza $1 - \alpha$ viene dado por:

a) $IC = (\bar{x} \pm Z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}})$

b) $IC = (\bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}})$

c) $IC = (\bar{x} \pm Z_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}})$

PARTE 2. – PROBLEMAS

Realice 2 de los 3 ejercicios propuestos

1. Dadas las siguientes matrices

$$\boldsymbol{A} = 3\left[\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\right] \qquad \boldsymbol{y} \quad \boldsymbol{B} = 3\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcular la matriz A

b) Calcular la matriz B

c) Calcula la matriz X que verifica la ecuación 3X + A = B

<u>Solución</u>:

a) $A = \begin{pmatrix} 15 & 45 \\ 54 & 9 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 24 & 57 \\ 21 & 42 \end{pmatrix}$

c) Despejamos la ecuación matricial como $X = \frac{1}{3}(B - A) = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -11 & 11 \end{pmatrix}$

2. Dada la función f(x) cuya segunda derivada es f''(x) = -30x, y cuya gráfica presenta un mínimo en el punto (-2,-5):

a) Calcula la primera derivada de la función f'(x)

b) Halla la función f(x)

c) Halla el máximo de la función f(x)

<u>Solución</u>:

a) Para calcular la primera derivada integramos la segunda derivada:

$$\int f''(x)\,dx = f'(x) + c \qquad \int -30x\,dx = -15x^2 + C$$

La constante de integración la sacamos imponiendo que la primera derivada sea cero para x = -2 $f'(-2) = 0 \quad \rightarrow C = 60$

b) Para calcular la primera derivada integramos la segunda derivada:

$$\int f'(x)\,dx = f(x) + c \qquad \int -15x^2 + 60\,dx = -5x^3 + 60x + C$$

La constante de integración la sacamos imponiendo que $f(-2) = -5 \quad \rightarrow C = 75$

c) Imponemos que la primera derivada sea 0 para calcular los puntos críticos

$$f'(x) = -15x^2 + 60 = 0 \qquad \rightarrow x = \pm 2$$

Comprobamos que x = 2 es máximo $f''(2) < 0$

3. **En una empresa de productos cosméticos, se toma una muestra de 9 botes de crema hidratante obteniendo los siguientes pesos en gramos**

88, 90, 90, 86, 87, 88, 91, 92, 89

Se sabe que la distribución del peso de los botes de crema siguen una distribución normal con una desviación típica de 1,8 g.

a) Determina la distribución que seguirá los pesos medios de los botes de crema

b) Identifica los distintos parámetros que intervienen en la construcción del intervalo de confianza explicando su significado y el valor que toman.

c) Halla un intervalo de confianza al 95% para la media poblacional

Solución:

a) $\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{88+90+90+86+87+88+91+92+89}{9} = 89 \quad por\ lo\ que\ N(89; 1{,}8)$

b) La media es un parámetro de centralización que mide la tendencia central de un conjunto de datos. La desviación típica es un parámetro de dispersión que mide la dispersión dentro de un conjunto de datos. El nivel de confianza mide la probabilidad de que el parámetro a estimar esté dentro del intervalo. El tamaño de muestra indica el número de datos tomados para el intervalo.

La media es 8,9, la desviación es 1,8 y el tamaño de muestra es 9. No podemos determinar el nivel de confianza puesto que no se indica.

c) $89 \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{1{,}8}{\sqrt{9}} = 89 \pm 1{,}96 \cdot \frac{1{,}8}{3} = 89 \pm 1{,}17 \quad \rightarrow \quad (87{,}82; 90{,}18)$