

# MATEMÁTICAS II

## EXAMEN OFICIAL REALIZADO EN ESPAÑA EN LA CONVOCATORIA PCE UNEDASISS 2021

Parte 1. Bloque de 10 preguntas. Debe elegir 10 de las 15 propuestas. Cada acierto suma 0,5 puntos. Cada error resta 0,25 puntos. Solo hay una respuesta por cada cuestión.

### PREGUNTAS TIPO TEST

1. Sea el polinomio  $p(x) = \begin{vmatrix} x^2 & x^2 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix}$  (determinante). Entonces
- $p(a) = 0$  para algún valor  $a > 0$ .
  - El grado de  $p(x)$  es menor que 4.
  - Ninguna de las otras dos.
2. Sea la matriz  $B = A^4$  donde  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $b_{3,1}$  el número de la tercera fila y primera columna de B. Entonces
- $b_{3,1}$  es un número par.
  - $b_{3,1} > 10$ .
  - Ninguna de las otras dos.
3. Sea el sistema de ecuaciones lineales  $S \equiv \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}z = 1 \\ 3x - y + z = 2 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + z = 3 \end{cases}$ . Entonces la solución cumple:
- $x < z$ .
  - $y > x + z$ .
  - Ninguna de las otras dos.
4. Sea el rombo ABCD de vértices  $A = (3,2,1)$ ,  $B = (4,5,2)$ ,  $C = (3,8,3)$  y  $D(a,b,c)$ . Entonces
- $a > c$ .
  - $b > c$ .
  - Ninguna de las otras dos.

5. Sea  $s$  la recta que pasa por los puntos  $A = (0,1,1)$  y  $B = (1,0,2)$  y  $d$  la distancia del punto  $Q = (0,3,0)$  a la recta  $s$ . Entonces
- $d < 1$ .
  - $d > 2$ .
  - Ninguna de las otras dos.
6. Sea el plano  $\pi$  determinado por los puntos  $A = (0,1,1)$ ,  $B = (1,0,2)$  y  $C = (1,3,1)$ . Entonces
- el plano  $2x + y + z - 2 = 0$  es perpendicular a  $\pi$ .
  - el plano  $3x + y + 7z - 10 = 0$  es perpendicular a  $\pi$ .
  - Ninguna de las otras dos.
7. Sea la recta  $r$  determinada  $A = (0,1,1)$  y  $B = (1,0,2)$ , y la recta  $s$  determinada por los puntos  $C = (1,0,1)$  y  $D = (1,-2,0)$ . Entonces
- $r$  y  $s$  se cruzan.
  - $r$  y  $s$  se cortan en un punto.
  - Ninguna de las otras dos.
8. Sea la función  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt[3]{x^6 + 3}}$  (raíz cúbica). Entonces
- La recta  $y - 2 = 0$  es una recta asíntota de la gráfica de  $f$ .
  - La recta  $2y + 1 = 0$  es una recta asíntota de la gráfica de  $f$ .
  - Ninguna de las otras dos.
9. Sea la función  $f(x) = \cos \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ . Entonces
- $f'(0) = 0$  y  $f''(0) < 0$ .
  - $f'(0) > 0$  y  $f''(0) < 1$ .
  - Ninguna de las otras dos.
10. Sea  $k = \int_0^1 \frac{x-1}{x^2+1} dx$ . Entonces
- $k > \ln 2$ . (logaritmo neperiano)
  - $k < \frac{1}{2} \ln 2$ .
  - Ninguna de las otras dos.
11. Sea la función  $f(x) = \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 1}$ ,  $D$  su dominio o campo de existencia y  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ . Entonces
- $k = 1$
  - $D = (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ .
  - Ninguna de las otras dos.

12. De una urna con 10 bolas blancas, 6 bolas negras y 4 bolas rojas, se extraen dos bolas una tras otra sin introducir la primera. Sea  $p$  la probabilidad de extraer dos bolas blancas,  $q$  la probabilidad de extraer dos bolas negras y  $r$  la probabilidad de extraer dos bolas rojas. Entonces

a.  $q = \frac{3}{38}$  y  $r = \frac{3}{95}$ .

b.  $p = \frac{28}{153}$  y  $r = \frac{5}{51}$ .

c. Ninguna de las otras dos.

13. Se considera que la probabilidad de que al nacer un perro, este sea macho, es 0,40. Sea  $p$  la probabilidad de que haya al menos un macho entre los 5 cachorros de una camada. Entonces

a.  $p < 0,8$ .

b.  $p > 0,9$ .

c. Ninguna de las otras dos.

14. De una baraja de 40 cartas se saca una carta y se deja descubierta, y se sacan otras dos tapadas. Sea  $p$  la probabilidad de que se tenga un trío (tres cartas de igual numeración o tres figuras), sabiendo que en la primera carta que se obtuvo es un caballo. Entonces

a.  $p < \frac{1}{250}$ .

b.  $p > \frac{1}{200}$ .

c. Ninguna de las otras dos.

15. Se sabe que la probabilidad de que una semilla de sandía germine es 0,4. Se plantan 10 semillas de sandía. Sea  $p$  la probabilidad de que germinen sólo 6 de las 10 semillas plantadas. Entonces

a.  $p < 0,1$ .

b.  $p > 0,3$ .

c. Ninguna de las otras dos.

**PARTE 2 – BLOQUE DE DESARROLLO.** Elija una de las dos opciones. Constará de 2 preguntas, no siendo obligatorio contestar a las dos. La calificación máxima de este bloque es de 5 puntos; 2,5 por la primera y 2,5 por la segunda.

**Opción 1.**

1. Sea la matriz  $C = A^2 - 4A - 6B$  donde  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Estudie el rango de  $C$  es función del valor del número real  $a$ .

2. Sean la recta  $r$  determinada por los planos  $x - 2y - 2z - 1 = 0$  y  $x + 5y - z = 0$ , y el plano  $\pi$  definido por  $2x + y + mz = n$ , donde  $m$  y  $n$  son números reales. Estudie los valores que deben tener  $m$  y  $n$  para que la recta y el plano sean:

- a) Secantes      b) Paralelos

**Opción 2.**

1. Estudie y represente la función  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ .

2. Se elige un número al azar entre 0 y 9999 (ambos incluidos). ¿Cuál es la probabilidad de que el número elegido sea mayor que 4444 y múltiplo de 5?