

# MATEMÁTICAS II

EXAMEN OFICIAL REALIZADO EN ESPAÑA EN LA CONVOCATORIA PCE UNEDASISS 2022

**Parte 1 – Bloque test.** Bloque de 10 preguntas. Debe elegir 10 de las 15 preguntas.

Cada acierto suma 0,5 puntos. Cada error resta 0,1 puntos. Solo hay que una respuesta correcta por cada cuestión

## Preguntas tipo test

**1. Para todo par A,B de matrices reales n x n arbitrarias:**

- a) Se cumple que  $(A + B)^2 = A^2 + B^2$
- b) Se cumple que  $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$
- c) Ninguna de las otras dos

**2. Para toda A matriz real 2 x 2 arbitraria, se cumple que:**

- a) Si  $A^2 = A$ , entonces  $A^4 = A$
- b) Si A es simétrica, entonces  $A^2 = A$
- c) Ninguna de las otras dos

**3. Toda A matriz real arbitraria cumple:**

- a) El rango de A es el número de filas no nulas
- b)  $\text{rango}(A) = \text{rango}(-A)$
- c) Ninguna de las anteriores

**4. La matriz**

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \text{sen } \alpha \\ -\text{sen } \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \text{ donde } \alpha \in \mathbb{R}$$

- a) Tiene  $\text{rango}(A) = 1$  para ciertos valores de  $\alpha$
- b) Tiene  $\text{rango}(A) = 2$  para todos los valores de  $\alpha$
- c) Ninguna de las otras dos

**5. Consideremos los planos  $\pi: 2x + y + z = 1$ ,  $\pi': x + y - z = 0$**

- a) Su intersección es la recta  $3x = 2y = 1$
- b) Su intersección es la recta  $r: (-1, 2, 1) + \lambda(-2, 3, 1)$
- c) Ninguna de las otras dos

6. Para todo par de vectores ortogonales  $u, v$ , si  $\alpha$  es el ángulo que forman  $u$  y  $u - v$ , entonces se cumple que:

a)  $\cos \alpha = \frac{\|u\|}{\|u\|^2 - \|v\|^2}$

b)  $\cos^2 \alpha = \frac{\|u\|^2}{\|u\|^2 + \|v\|^2}$

c) Ninguna de las otras dos

7. La recta en el espacio cuya ecuación es

$$\frac{x + 3}{-2} = \frac{y + 1}{3} = \frac{z}{-1}$$

a) Pasa por el punto  $(3, 1, 0)$  y tiene vector director  $(-2, 3, -1)$

b) Pasa por el punto  $(-2, 3, -1)$  y tiene vector director  $(-3, -1, 1)$

c) Ninguna de las otras dos

8. La distancia del punto  $P = (2, 4, 1)$  a la recta  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{1}$

a) Menor que 1

b) Mayor que 1

c) Ninguna de las otras dos

9. Consideremos la curva definida por  $y = f(x)$ . Entonces

a) Si la pendiente no está definida en algún punto de la curva, no existe la tangente en dicho punto

b) Si la tangente a la curva es horizontal en un punto  $(a, f(a))$  y  $f$  es derivable en  $a$ , entonces  $f'(a) = 0$

c) Ninguna de las otras dos

10. Para que el área de la región limitada por la curva  $y = -x^2 + ax$  (donde  $a > 0$ ) y el eje  $Ox$  tenga un valor de 36 unidades, debe ser:

a)  $a = 6$

b)  $a = 3\sqrt{3}$

c) Ninguna de las otras dos

### 11. La función

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- a) Tiene un máximo relativo en  $x = 0$
- b) Tiene un mínimo relativo en  $x = 0$
- c) Ninguna de las otras dos

### 12. El valor de la integral

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^{2022} \sin\left(\frac{x^3}{\cos x}\right) dx$$

- a) Menor que 1
- b) Múltiplo de  $\pi$
- c) Ninguna de las otras dos

13. Se tiene un conjunto de bolas azules y bolas rojas en una bolsa. En total hay 25 bolas. Se saca una de ellas al azar y se sabe que la probabilidad de que sea roja es  $p$ , mientras que la probabilidad de que sea azul es  $4p$ . ¿Cuántas bolas azules hay en la bolsa?

- a) Menos de 21 y más de 15
- b) Entre 5 y 10
- c) Ninguna de las otras dos

14. Se lanza una moneda trucada. La probabilidad de que en dos lanzamientos se obtengan dos caras es de 0,16 ¿Cuál es la probabilidad  $p$  de obtener dos cruces?

- a)  $0,8 < p < 0,9$
- b)  $0,3 < p < 0,4$
- c) Ninguna de las otras dos

15. ¿Cuáles de las siguientes probabilidades pueden representar a dos eventos disjuntos A y B de un determinado espacio muestral?

- a)  $p(A) = 0,2$  y  $p(B) = 0,67$
- b)  $p(A) = 0,5$  y  $p(B) = 0,75$
- c) Ninguna de las otras dos.

**Parte 2 – Bloque de desarrollo.** Elija una de las dos opciones. Constará de 2 opciones con dos preguntas cada una. La calificación máxima de este bloque es de 5 puntos; 2,5 por cada pregunta.

**Opción 1**

1. Sea la matriz  $C = A^2 - 4A - 6B$  donde  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Estudie el rango de  $C$  en función del valor del número real  $a$

2. Dada la función  $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$

a) (0,25 puntos) Determinar su dominio

b) (0,75 puntos) Determinar sus asíntotas

c) (0,75 puntos) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento

d) (0,75 puntos) Calcular sus extremos relativos y dar un esbozo de su gráfica.

**Opción 2**

1. Hallar las integrales indefinidas siguientes:

a) (1 punto)

$$\int x e^{x^2} dx$$

b) (1,5 puntos)

$$\int \sqrt{1-x^2} dx$$

2. Se elige un número entero al azar entre 0 y 9999 (ambos incluidos). ¿Cuál es la probabilidad de que el número elegido sea mayor que 4444 y múltiplo de 5?