



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS  
OFICIALES DE GRADO

Curso 2014-2015

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

**INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- Calcúlese  $A^{15}$  e indíquese si la matriz  $A$  tiene inversa.
- Calcúlese el determinante de la matriz  $(B \cdot A^t \cdot B^{-1} - 2 \cdot Id)^3$ .

*Nota:*  $A^t$  denota la matriz traspuesta de  $A$ .  $Id$  es la matriz identidad de orden 2.

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Un distribuidor de aceite acude a una almazara para comprar dos tipos de aceite,  $A$  y  $B$ . La cantidad máxima que puede comprar es de 12.000 litros en total. El aceite de tipo  $A$  cuesta 3 euros/litro y el de tipo  $B$  cuesta 2 euros/litro. Necesita adquirir al menos 2.000 litros de cada tipo de aceite. Por otra parte, el coste total por compra de aceite no debe ser superior a 30.000 euros. El beneficio que se conseguirá con la venta del aceite será de un 25% sobre el precio que ha pagado por el aceite de tipo  $A$  y de un 30% sobre el precio que ha pagado por el aceite de tipo  $B$ . ¿Cuántos litros de cada tipo de aceite se deberían adquirir para maximizar el beneficio? Obténgase el valor del beneficio máximo.

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por  $f(x) = 4x^3 - ax^2 - ax + 2$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

- Determinese el valor del parámetro real  $a$  para que la función alcance un extremo relativo en  $x = 1/2$ . Compruébese que se trata de un mínimo.
- Para  $a = 2$ , calcúlese el valor de  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se consideran los sucesos  $A$ ,  $B$  y  $C$  de un experimento aleatorio tales que :  $P(A) = 0,09$ ;  $P(B) = 0,07$  y  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,97$ . Además los sucesos  $A$  y  $C$  son incompatibles.

- Estúdiese si los sucesos  $A$  y  $B$  son independientes.
- Calcúlese  $P(A \cap B | C)$ .

*Nota:*  $\bar{S}$  denota el suceso complementario del suceso  $S$ .

**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

La cantidad de fruta, medida en gramos, que contienen los botes de mermelada de una cooperativa con producción artesanal se puede aproximar mediante una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica de 10 gramos.

- Se seleccionó una muestra aleatoria simple de 100 botes de mermelada, y la cantidad total de fruta que contenían fue de 16.000 gramos. Determinese un intervalo de confianza al 95% para la media  $\mu$ .
- A partir de una muestra aleatoria simple de 64 botes de mermelada se ha obtenido un intervalo de confianza para la media  $\mu$  con un error de estimación de 2,35 gramos. Determinese el nivel de confianza utilizado para construir el intervalo.

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$ :

$$\begin{cases} x + y + az = a + 1 \\ ax + y + z = 1 \\ x + ay + az = a \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema en función de los valores de  $a$ .
- b) Resuélvase el sistema para  $a = 2$ .

### Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = -8x^2 + 24x - 10$$

- a) Calcúlense los máximos y mínimos locales de  $f$  y representese gráficamente la función.
- b) Determínese el área del recinto cerrado comprendido entre la gráfica de la función  $f$  y las rectas  $x = 1$ ,  $x = 2$  e  $y = 4$ .

### Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^3}{(x-2)^2} + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Estúdiase la continuidad de esta función.
- b) Determínense las asíntotas de esta función.

### Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

La probabilidad de que un trabajador llegue puntual a su puesto de trabajo es  $3/4$ . Entre los trabajadores que llegan tarde, la mitad va en transporte público. Calcúlese la probabilidad de que:

- a) Un trabajador elegido al azar llegue tarde al trabajo y vaya en transporte público.
- b) Si se eligen tres trabajadores al azar, al menos uno de ellos llegue puntual. Supóngase que la puntualidad de cada uno de ellos es independiente de la del resto.

### Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

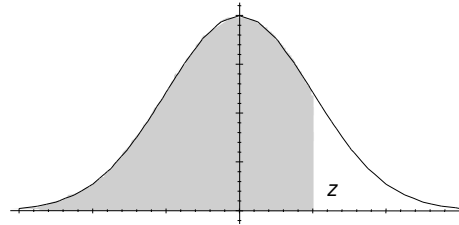
En cierta región, el gasto familiar realizado en gas natural, medido en euros, durante un mes determinado se puede aproximar mediante una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica 75 euros.

- a) Determínese el mínimo tamaño muestral necesario para que al estimar la media del gasto familiar en gas natural,  $\mu$ , mediante un intervalo de confianza al 95 %, el error máximo cometido sea inferior a 15 euros.
- b) Si la media del gasto familiar en gas natural,  $\mu$ , es de 250 euros y se toma una muestra aleatoria simple de 81 familias, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral,  $\bar{X}$ , sea superior a 230 euros?

## Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

### ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



<b>z</b>	<b>,00</b>	<b>,01</b>	<b>,02</b>	<b>,03</b>	<b>,04</b>	<b>,05</b>	<b>,06</b>	<b>,07</b>	<b>,08</b>	<b>,09</b>
<b>0,0</b>	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
<b>0,1</b>	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
<b>0,2</b>	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
<b>0,3</b>	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
<b>0,4</b>	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
<b>0,5</b>	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
<b>0,6</b>	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
<b>0,7</b>	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
<b>0,8</b>	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
<b>0,9</b>	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
<b>1,0</b>	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
<b>1,1</b>	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
<b>1,2</b>	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
<b>1,3</b>	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
<b>1,4</b>	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
<b>1,5</b>	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
<b>1,6</b>	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
<b>1,7</b>	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
<b>1,8</b>	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
<b>1,9</b>	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
<b>2,0</b>	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
<b>2,1</b>	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
<b>2,2</b>	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
<b>2,3</b>	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
<b>2,4</b>	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
<b>2,5</b>	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
<b>2,6</b>	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
<b>2,7</b>	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
<b>2,8</b>	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
<b>2,9</b>	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
<b>3,0</b>	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990