

### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**  
**Calificación:** Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.  
**Tiempo:** 90 minutos.

#### OPCIÓN A

**Ejercicio 1. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{x}{x+4},$$

se pide:

- (1 punto) Determinar el dominio de  $f$  y sus asíntotas.
- (1 punto) Calcular  $f'(x)$  y determinar los extremos relativos de  $f(x)$ .
- (1 punto) Calcular  $\int_0^1 f(x) dx$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ 1 & a & 1 \\ a-1 & a & 2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1 punto) Determinar el valor o valores de  $a$  para los cuales no existe la matriz inversa  $A^{-1}$ .
- (1 punto) Para  $a = -2$ , hallar la matriz inversa  $A^{-1}$ .
- (1 punto) Para  $a = 1$ , calcular todas las soluciones del sistema lineal  $AX = O$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima:** 2 puntos.

Dados los puntos  $A(2, 0, -2)$ ,  $B(3, -4, -1)$ ,  $C(5, 4, -3)$  y  $D(0, 1, 4)$ , se pide:

- (1 punto) Calcular el área del triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$ .
- (1 punto) Calcular el volumen del tetraedro  $ABCD$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima:** 2 puntos.

Dados los planos

$$\pi_1 \equiv 2x + z - 1 = 0, \quad \pi_2 \equiv x + z + 2 = 0, \quad \pi_3 \equiv x + 3y + 2z - 3 = 0,$$

se pide:

- (1 punto) Obtener las ecuaciones paramétricas de la recta determinada por  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .
- (1 punto) Calcular el seno del ángulo que la recta del apartado anterior forma con el plano  $\pi_3$ .

## OPCIÓN B

### **Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dados el plano  $\pi$  y la recta  $r$  siguientes:

$$\pi \equiv 2x - y + 2z + 3 = 0, \quad r \equiv \begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 - 2t, \\ z = 1 + t, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Estudiar la posición relativa de  $r$  y  $\pi$ .
- (1 punto) Calcular la distancia entre  $r$  y  $\pi$ .
- (1 punto) Obtener el punto  $P'$  simétrico de  $P(3, 2, 1)$  respecto del plano  $\pi$ .

### **Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5 \operatorname{sen} x}{2x} + \frac{1}{2}, & \text{si } x < 0, \\ a, & \text{si } x = 0, \\ xe^x + 3, & \text{si } x > 0, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Hallar, si existe, el valor de  $a$  para que  $f(x)$  sea continua.
- (1 punto) Decidir si la función es derivable en  $x = 0$  para algún valor de  $a$ .
- (1 punto) Calcular la integral:

$$\int_1^{\ln 5} f(x) dx,$$

donde  $\ln$  denota logaritmo neperiano.

### **Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dada la ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} a & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

donde  $B$  es una matriz cuadrada de tamaño  $2 \times 2$ , se pide:

- (1 punto) Calcular el valor o valores de  $a$  para los que esta ecuación tiene solución.
- (1 punto) Calcular  $B$  en el caso  $a = 1$ .

### **Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.**

Estudiar el rango de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 5 \\ 2 & 2 & -1 & a \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & -4 & a \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro  $a$ .

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN**

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

---

## OPCIÓN A

**Ejercicio 1.**

- a) Dominio: 0,25 puntos. Cada asíntota: 0,25 puntos.
- b) Calcular  $f'(x)$ : 0,25 puntos. Determinar los puntos críticos: 0,5 puntos repartidos en: planteamiento, 0,25 puntos; resolución, 0,25 puntos. Caracterizar los extremos: 0,25 puntos.
- c) Cálculo de la primitiva: 0,75 puntos repartidos en: planteamiento, 0,5 puntos; resolución, 0,25 puntos. Aplicación de la regla de Barrow: 0,25 puntos.

**Ejercicio 2.**

- a) Planteamiento: 0,5 puntos. Resolución: 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Resolución, 1 punto.

**Ejercicio 3.**

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 4.**

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

## OPCIÓN B

**Ejercicio 1.**

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 2.**

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Por plantear cuál es la integral que hay que calcular: 0,25 puntos. Cálculo de la primitiva: 0,5 puntos. Aplicación de la regla de Barrow: 0,25 puntos.

**Ejercicio 3.**

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos. No es necesario que el alumno compruebe que si  $a = 6/7$ , la ecuación no tiene solución.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 4.** Por la obtención del valor crítico  $a = 6$ : 1 punto, repartido en: planteamiento, 0,5 puntos; resolución, 0,5 puntos. Por la discusión de cada uno de los dos casos  $[a = 6]$ ,  $[a \neq 6]$ : 0,5 puntos, repartidos en: planteamiento, 0,25 puntos; resolución, 0,25 puntos.