

A horizontal strip showing the upper part of a university building with brick walls and a wooden roof structure.

PRUEBA DE
ACCESO A LA
UNIVERSIDAD

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE LA
COMPETENCIA ESPECÍFICA

MATEMÁTICAS

CONTENIDO, CARACTERÍSTICAS Y DISEÑO



2016-2017

María Ángeles Muruaga López de Guereñu
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

1.- INTRODUCCIÓN

El presente documento describe el contenido, características y diseño de la prueba de competencia específica de la asignatura Matemáticas, modalidad Ciencias, que forma parte con carácter troncal general de la Prueba de Acceso a la Universidad (PAU) que organiza la Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED).

Para su elaboración se ha tenido en cuenta la siguiente normativa:

- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (BOE Núm. 3, 3 de enero de 2015).
- Orden ECD/1361/2015, de 3 de julio, por la que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato para el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y se regula su implantación, así como la evaluación continua y determinados aspectos organizativos de las etapas (Núm. 163, 9 de julio de 2015).
- Corrección de errores de la Orden ECD/1361/2015, de 3 de julio, por la que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato para el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y se regula su implantación, así como la evaluación continua y determinados aspectos organizativos de las etapas (BOE Núm. 173, 21 de julio de 2015).
- Real Decreto 310/2016, de 29 de julio, por el que se regulan las evaluaciones finales de Educación Secundaria Obligatoria y de Bachillerato (BOE Núm. 183, 30/07/2016).
- Orden ECD/1941/2016, de 22 de diciembre, por la que se determinan las características, el diseño y el contenido de la evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad, las fechas máximas de realización y de resolución de los procedimientos de revisión de las calificaciones obtenidas, para el curso 2016/2017 (BOE Núm. 309, 23 de diciembre de 2016).

2.- CONTENIDOS

Los contenidos de la asignatura se estructuran en cinco bloques que no deben verse como un conjunto de bloques independientes. Es necesario que se desarrollen de forma global, pensando en las conexiones internas de la materia. Se pretende que los conocimientos, las competencias y los valores estén integrados; de esta manera, los estándares de aprendizaje evaluables se han formulado teniendo en cuenta la imprescindible relación entre dichos elementos. El bloque "*Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas*" es un bloque transversal que debe desarrollarse de forma simultánea al resto de bloques de contenido y que es el eje fundamental de la asignatura; se articula sobre procesos básicos e imprescindibles en el quehacer matemático: la resolución de problemas, proyectos de investigación matemática, la matematización y modelización, las actitudes adecuadas para desarrollar el trabajo científico y la utilización de medios tecnológicos.

BLOQUE 1: PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS

- Planificación del proceso de resolución de problemas.
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: relación con otros problemas conocidos, modificación de variables, suponer el problema resuelto.
- Soluciones y/o resultados obtenidos: coherencia de las soluciones con la situación, revisión sistemática del proceso, otras formas de resolución, problemas parecidos, generalizaciones y particularizaciones interesantes.

- Iniciación a la demostración en matemáticas: métodos, razonamientos, lenguajes, etc.
- Métodos de demostración: reducción al absurdo, método de inducción, contraejemplos, razonamientos encadenados, etc.
- Razonamiento deductivo e inductivo.
- Lenguaje gráfico, algebraico, otras formas de representación de argumentos.
- Elaboración y presentación oral y/o escrita de informes científicos sobre el proceso seguido en la resolución de un problema o en la demostración de un resultado matemático.
- Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad o contextos del mundo de las matemáticas.
- Elaboración y presentación de un informe científico sobre el proceso, resultados y conclusiones del proceso de investigación desarrollado.
- Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:
 - a) la recogida ordenada y la organización de datos.
 - b) la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.
 - c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico.
 - d) el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas.
 - e) la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos.
 - f) comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

BLOQUE 2: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

- Estudio de las matrices como herramienta para manejar y operar con datos estructurados en tablas y grafos.
- Clasificación de matrices.
- Operaciones con matrices.
- Aplicación de las operaciones de las matrices y de sus propiedades en la resolución de problemas extraídos de contextos reales.
- Determinantes.
- Propiedades elementales de los determinantes.
- Rango de una matriz.
- Matriz inversa.
- Representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales: discusión y resolución de sistemas.
- Método de Gauss.
- Regla de Cramer.
- Aplicación a la resolución de problemas.

BLOQUE 3: ANÁLISIS

- Límite de una función en un punto y en el infinito.
- Continuidad de una función.
- Tipos de discontinuidad.

- Teorema de Bolzano.
- Función derivada.
- Teoremas de Rolle y del valor medio.
- La regla de L'Hopital.
- Aplicaciones al cálculo de límites.
- Aplicaciones de la derivada: problemas de optimización.
- Primitiva de una función. La integral indefinida.
- Técnicas elementales para el cálculo de primitivas.
- La integral definida.
- Teoremas del valor medio y fundamental del cálculo integral.
- Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas.

BLOQUE 4: GEOMETRÍA

- Vectores en el espacio tridimensional.
- Producto escalar, vectorial y mixto.
- Significado geométrico.
- Ecuaciones de la recta y el plano en el espacio.
- Posiciones relativas entre rectas y planos: incidencia, paralelismo y perpendicularidad.
- Propiedades métricas: cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes.

BLOQUE 5: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

- Sucesos.
- Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa.
- Axiomática de Kolmogorov.
- Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades.
- Experimentos simples y compuestos.
- Probabilidad condicionada.
- Dependencia e independencia de sucesos.
- Teoremas de la probabilidad total y de Bayes.
- Probabilidades iniciales y finales y verosimilitud de un suceso.
- Variables aleatorias discretas.
- Distribución de probabilidad.
- Media, varianza y desviación típica.
- Distribución binomial. Caracterización e identificación del modelo. Cálculo de probabilidades.
- Distribución normal.
- Tipificación de la distribución normal.
- Asignación de probabilidades en una distribución normal.
- Cálculo de probabilidades mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal.

3.-ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

BLOQUE 1: PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS

- Expresa verbalmente de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema con el rigor y la precisión adecuados.
- Analiza y comprende el enunciado a resolver o demostrar (datos, relaciones entre los datos, condiciones, hipótesis, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).
- Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.
- Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.
- Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas.
- Utiliza diferentes métodos de demostración en función del contexto matemático.
- Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto.
- Utiliza argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes.
- Emplea las herramientas tecnológicas adecuadas al tipo de problema, situación a resolver o propiedad o teorema a demostrar, tanto en la búsqueda de resultados como para la mejora de la eficacia en la comunicación de las ideas matemáticas.
- Generaliza y demuestra propiedades de contextos matemáticos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos.
- Busca conexiones entre contextos de la realidad y del mundo de las matemáticas (la historia de la humanidad y la historia de las matemáticas; arte y matemáticas; tecnologías y matemáticas, ciencias experimentales y matemáticas, economía y matemáticas, etc.) y entre contextos matemáticos (numéricos y geométricos, geométricos y funcionales, geométricos y probabilísticos, discretos y continuos, finitos e infinitos, etc.).
- Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.
- Establece conexiones entre el problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él, así como los conocimientos matemáticos necesarios.
- Usa, elabora o construye modelos matemáticos adecuados que permitan la resolución del problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.
- Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.
- Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.
- Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia por su sencillez y utilidad.

BLOQUE 2: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

- Utiliza el lenguaje matricial para representar datos facilitados mediante tablas o grafos y para representar sistemas de ecuaciones lineales.
- Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente.
- Determina el rango de una matriz, hasta orden 4, aplicando el método de Gauss o determinantes.
- Determina las condiciones para que una matriz tenga inversa y la calcula empleando el método más adecuado.

- Resuelve problemas susceptibles de ser representados matricialmente e interpreta los resultados obtenidos.
- Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, estudia y clasifica el sistema de ecuaciones lineales planteado, lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas.

BLOQUE 3: ANÁLISIS

- Conoce las propiedades de las funciones continuas, y representa la función en un entorno de los puntos de discontinuidad.
- Aplica los conceptos de límite y de derivada, así como los teoremas relacionados, a la resolución de problemas.
- Aplica la regla de L'Hôpital para resolver indeterminaciones en el cálculo de límites.
- Plantea problemas de optimización relacionados con la geometría o con las ciencias experimentales y sociales, los resuelve e interpreta el resultado obtenido dentro del contexto.
- Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones.
- Calcula el área de recintos limitados por rectas y curvas sencillas o por dos curvas.

BLOQUE 4: GEOMETRÍA

- Realiza operaciones elementales con vectores, manejando correctamente los conceptos de base y de dependencia e independencia lineal.
- Expresa la ecuación de la recta de sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas afines entre rectas.
- Obtiene la ecuación del plano en sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente.
- Analiza la posición relativa de planos y rectas en el espacio, aplicando métodos matriciales y algebraicos.
- Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones.
- Maneja el producto escalar y vectorial de dos vectores, significado geométrico, expresión analítica y propiedades.
- Conoce el producto mixto de tres vectores, su significado geométrico, su expresión analítica y propiedades.
- Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos.

BLOQUE 5: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

- Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento.
- Calcula probabilidades a partir de los sucesos que constituyen una partición del espacio muestral.
- Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes. Identifica fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial, obtiene sus parámetros y calcula su media y desviación típica.
- Calcula probabilidades asociadas a una distribución binomial a partir de su función de probabilidad, de la tabla de la distribución o mediante calculadora.

- Conoce las características y los parámetros de la distribución normal y valora su importancia en el mundo científico.
- Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución normal a partir de la tabla de la distribución o mediante calculadora.
- Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial a partir de su aproximación por la normal valorando si se dan las condiciones necesarias para que sea válida.
- Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.

4.- CARACTERÍSTICAS Y DISEÑO DE LA PRUEBA DE EVALUACIÓN

4.1 Estructura de la prueba

La prueba de evaluación consistirá en una única opción dividida en dos partes: una de preguntas abiertas, (preguntas de desarrollo), y otra de preguntas objetivas (tipo test).

1. Parte de preguntas abiertas:
 - Constará de dos problemas característicos de la asignatura, cuyo planteamiento, desarrollo y resolución requiera los conocimientos matemáticos de los bloques de contenidos.
2. Parte de preguntas objetivas.
 - Constará de diez preguntas de tipo test, cada una con tres posibles alternativas. El alumno deberá elegir la alternativa que considere correcta; una y una sola de las alternativas es correcta.

4.2 Criterios de corrección de la prueba

1. Parte de preguntas abiertas:
 - Cada uno de los problemas de la parte abierta se puntuará entre 0 y 2,5 puntos. Por tanto, la puntuación de esta parte estará comprendida entre 0 y 5 puntos.
 - En la valoración de la respuesta se atenderá, con carácter general, a los siguientes criterios:
 - a) La corrección matemática del planteamiento, desarrollo y resolución del problema.
 - b) La adecuada explicación de los pasos dados en el desarrollo.
 - c) El grado de finalización y simplificación de la solución.
 - d) La interpretación del resultado obtenido.
 - e) La corrección ortográfica y sintáctica de la respuesta, así como el uso adecuado de los signos de puntuación.
 - f) El orden y presentación del ejercicio.
2. Parte de preguntas objetivas:
 - Una respuesta correcta suma 0,5 puntos.
 - Una respuesta incorrecta, resta 0,25 puntos.
 - Una respuesta en blanco o con más de una marca ni suma ni resta, es decir, se valorará con 0 puntos.
 - Si la aplicación de los criterios anteriores condujera a una puntuación negativa se asignará una puntuación igual a cero, por lo que puntuación de esta parte estará comprendida entre 0 y 5 puntos.

4.3 Instrucciones para el desarrollo de la prueba

- La duración total de la prueba será de 90 minutos.

MATEMÁTICAS PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

- Se permitirá el uso de calculadoras no programables ni gráficas.
- No se permitirán los ordenadores personales ni los aparatos electrónicos de comunicación.
- La parte de preguntas objetivas se responderá en la hoja de repuestas que se entregará con el enunciado de la prueba.
- La parte de preguntas abiertas se responderá en hojas diferentes a la de la parte objetiva.
- Ambas partes se cumplimentarán con bolígrafo y se entregarán ambas partes simultáneamente.

5.- COORDINACIÓN DE LA ASIGNATURA

Doctora Doña María Ángeles Muruaga López de Guereñu.
Profesora Titular de Universidad.
Departamento de Estadística e Investigación Operativa y Cálculo Numérico.
Facultad de Ciencias.
UNED.
Paseo de la Senda 9.
28049 Madrid.
Teléfono +34 913987253.
e-mail: mmuruaga@ccia.uned.es

Instrucciones

- La duración total de la prueba es de 90 minutos.
- Se permite el uso de calculadoras no programables ni gráficas.
- No se permite el uso de ordenadores personales ni aparatos electrónicos de comunicación.
- La prueba consta de dos partes: dos problemas y diez preguntas de test.
- La parte de preguntas de test se responderá en la hoja de respuestas que acompaña al enunciado.
- La parte de problemas se responderá en hojas aparte.
- Ambas partes se cumplimentarán con bolígrafo y se entregarán simultáneamente.

Criterios de evaluación

- Cada problema se puntúa entre 0 y 2,5 puntos.
- Cada pregunta de test puntúa de la forma siguiente:
 - Una respuesta correcta suma 0,5 puntos.
 - Una respuesta incorrecta, resta 0,25 puntos.
 - Una respuesta en blanco o con más de una marca ni suma ni resta, es decir, se valora con cero puntos.
 - Si la aplicación de los criterios anteriores da como resultado una puntuación negativa, la parte de preguntas de test se valora con cero puntos.

Problemas

Problema 1 (2,5 puntos)

Se desea recargar el cajero de un banco con billetes de 10, 20 y 50 euros. Por cada 5 billetes de 50 se ha de introducir 1 de 20, mientras que por cada 2 billetes de 20 se han de introducir 3 de 10.

- Plantear un sistema de ecuaciones para determinar la proporción de cada una de las denominaciones de billetes que hay que introducir en el cajero.
- Resolver el sistema mediante la regla de Cramer.
- Si el importe total en euros de todos los billetes ha de ser 28500 euros ¿cuánto billetes de cada denominación hay que introducir en el cajero?

Problema 2 (2,5 puntos)

Los beneficios netos de una empresa, en millones de euros, se pueden aproximar mediante la expresión

$$f(t) = \frac{30t - 60}{5t + 7}$$

donde $t > 0$ representa los años de vida de la empresa.

- Explicar razonadamente a partir de qué año la empresa obtiene beneficios netos no negativos.
- ¿Pueden crecer indefinidamente los beneficios netos de la empresa a medida que transcurre el tiempo t ? En caso afirmativo, justificarlo formalmente. En caso negativo, determinar un valor que limite superiormente dichos beneficios netos.

Preguntas de test

1. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ y sea A^{-1} su matriz inversa. Entonces el elemento a_{22} de la segunda fila y segunda columna de la matriz inversa A^{-1} es
- 0.
 - 1.
 - 1.

2. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$. Entonces
- $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$
 - $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$
 - $A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$

3. El valor del $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{x}}{2x - 3}$ es igual a
- 1.
 - 0.
 - 1/2.

4. La integral $\int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{2}} \cos(x) dx$ vale
- 0.
 - 1.
 - 2.

5. El vector director de la recta

$$r \equiv x = 2t + 1, \quad y = 3t - 1, \quad z = t - 7$$

es el vector

- (1,-1,-7).
- (2,3,1).
- (3,2,-6).

6. Los planos

$$\alpha \equiv x + y - 5z = -4$$
$$\beta \equiv -3x - 3y + 15z = 1$$

- se cortan en una recta.
- son paralelos.
- son coincidentes.

7. La distancia del punto $A = (1, 2, 5)$ al plano

$$\alpha \equiv 2x + 2y - z - 5 = 0$$

vale

- 5/3.
- 2/3.
- 4/3.

8. Si A y B son sucesos de un espacio de probabilidad, la afirmación $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ es correcta

- si A y B son sucesos disjuntos.
- si A y B son sucesos independientes.
- para cualquier par de sucesos A y B .

9. Si A y B son sucesos tales que $P(A) = 0,3$ y $P(B|A) = 0,45$, entonces $P(A \cap B)$ vale

- 0,135.
- 0,15.
- 0,25.

10. Una población está compuesta en un 60% de mujeres. El 14% de las mujeres y el 22% de los hombres son fumadores. Si una persona elegida al azar fuma, la probabilidad de que sea una mujer es

- 0,342.
- 0,488.
- 0,556.